



大规模 MIMO 系统低复杂度混合迭代信号检测

赵书锋¹, 申滨¹, 杨芙蓉²

(1. 重庆邮电大学移动通信重点实验室, 重庆 400065;

2. 四川省通信科研规划设计有限责任公司, 四川 成都 610041)

摘要: 在大规模 MIMO 系统上行链路信号检测算法中, 最小均方误差 (MMSE) 算法能获得接近最优的线性检测性能。但是, 传统的 MMSE 检测算法涉及高维矩阵求逆运算, 由于复杂度过高而使其在实际应用中难以快速有效地实现。基于最速下降 (steepest descent, SD) 算法和高斯-赛德尔 (Gauss-Seidel, GS) 迭代的方法提出了一种低复杂度的混合迭代算法, 利用 SD 算法为复杂度相对较低的 GS 迭代算法提供有效的搜索方向, 以加快算法收敛的速度。同时, 给出了一种用于信道译码的比特似然比 (LLR) 近似计算方法。仿真结果表明, 通过几次迭代, 给出的算法能够快速收敛并接近 MMSE 检测性能, 并将算法复杂度降低一个数量级, 保持在 $O(K^2)$ 。

关键词: 大规模 MIMO; 最小均方误差; 矩阵求逆; 最速下降; Gauss-Seidel 迭代; 软输出

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2017186

Low complexity hybrid iterative algorithm based signal detection in massive MIMO system

ZHAO Shufeng¹, SHEN Bin¹, YANG Furong²

1. Chongqing Key Lab of Mobile Communications, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

2. Sichuan Communication Services Co., Ltd., China Comservice, Chengdu 610041, China

Abstract: Among the uplink signal detection algorithms for massive MIMO systems, the minimum mean square error (MMSE) algorithm can achieve the near-optimal linear detection performance. However, conventional MMSE usually involves high complexity due to the required matrix inversion of large-size matrix, which makes it hard to implement in realistic applications. Based on joint steepest descent (SD) algorithm and Gauss-Seidel iteration, a low complexity hybrid iterative detection algorithm was proposed. The SD algorithm was employed to obtain an efficient searching direction for the following Gauss-Seidel to speed up convergence. Meanwhile, an approximated method was also proposed to compute the bit log-likelihood ratio (LLR) for soft channel decoding. Simulation results verify that the proposed algorithm can converge rapidly and achieve its performance quite close to that of the MMSE algorithm with only a small number of iterations. Meanwhile, the complexity is reduced by an order of magnitude, which is kept consistently of $O(K^2)$.

Key words: massive MIMO, minimum mean square error, matrix inversion, steepest descent, Gauss-Seidel iterative, soft-output

收稿日期: 2017-02-07; 修回日期: 2017-06-06

基金项目: 国家科技重大专项基金资助项目 (No.2016ZX03001010-004)

Foundation Item: The National Science and Technology Major Project of China (No.2016ZX03001010-004)



1 引言

多输入多输出(multiple-input multiple-output, MIMO)技术日渐成熟,尤其是在与 OFDM(orthogonal frequency division multiplexing, 正交频分复用)技术相结合后^[1-3],已经成功应用于多个无线通信领域,如 LTE、LTE-Advanced。然而,传统 MIMO 技术最多仅能实现 4×4 或者 8×8 规模的系统^[4],很难满足移动数据业务爆炸式增长的需求。因此,近年来在传统 MIMO 技术的基础上提出了大规模 MIMO 技术^[5]。大规模 MIMO 系统在基站配置多达数百根的天线阵列来同时服务于多个单天线终端用户^[6],能够以 2~3 个数量级的程度提升无线通信系统的频谱利用率和功率利用率^[7-9],目前已成为 5G 最具潜力的使能技术和热点研究方向之一^[10]。

最大似然(maximum likelihood, ML)算法是目前大规模 MIMO 检测算法中的最优算法,但其计算复杂度随着系统天线数目和基带信号调制阶数的增长呈指数级上升,在实际应用中难以快速有效地实现。线性检测方法如迫零(ZF)算法、最小均方误差(MMSE)算法在大规模 MIMO 系统中,可以实现接近最优的检测性能。这类检测算法相对于 ML 算法复杂度大幅降低,但是引入了复杂的高维矩阵求逆运算($O(K^3)$),其低成本和高效的工程实现仍然是有待解决的问题。针对此问题,近年来相继提出了基于 MMSE 检测方案的诸多简化算法,大致分为 3 种类型:级数展开类近似方法^[11,12]、迭代类近似求解方法^[13,14]以及基于梯度搜索近似求解方法^[15,16]。Wu 等^[11]提出了利用 Neumann 级数展开以近似求逆 MMSE 滤波矩阵的方法,但是当展开级数逐渐增大($i > 2$)时,计算复杂度依然很高,以至等于甚至超过精确 MMSE 滤波矩阵求逆算法的复杂度,同时还会损失较大程度的检测性能。与 Neumann 级数展开类似,参考文献[12]将源于一阶泰勒级数展开的

Newton 算法应用到大规模 MIMO 信号检测中,利用迭代方法提高 MMSE 滤波矩阵求逆的估计值精度。然而,从检测性能和计算复杂度两个方面考察,基于 Newton 迭代的算法都不占优势。不同于以上两种基于级数展开的算法需要通过近似矩阵求逆后再估计(判决)出用户发送的信号矢量,一些基于线性方程求解的迭代类算法,如里查德森迭代(Richardson iterative, RI)算法^[13]及连续超松弛(successive over-relaxation, SOR)算法^[14],利用 MMSE 滤波矩阵对称正定的特殊性质,通过求解线性方程的方法,直接估计发送矢量,从而避免了高维矩阵的求逆运算。

上面提到的 RI 及 SOR 两种迭代算法在固定的迭代次数下计算复杂度都较低,为 $O(K^2)$,但是 RI 收敛较慢,需要更高的迭代次数才能达到一定的检测性能要求;而 SOR 虽然检测性能接近最优,但其内部迭代结构使该算法在实际应用中不能并行实现。第 3 类算法主要基于矩阵梯度的思想进行设计和实现,包括共轭梯度(conjugate gradient, CG)法^[15]和最陡下降(steepest descent, SD)法^[16]。这类算法利用矩阵梯度搜索的方法,也避免了高维矩阵求逆问题。然而,与级数展开的方法相比,CG 和 SD 算法虽然带来了很大的检测性能提升,但是每次迭代后计算矩阵梯度同样造成了较高的复杂度。

本文提出了一种低复杂度联合检测算法,利用 SD 算法在迭代开始就有很好的收敛方向这一特性,与参考文献[17]中提到复杂度较低的 Gauss-Seidel(GS)算法结合,通过 SD 为 GS 迭代提供有效的搜索方向,加快收敛速度从而提高检测性能。此外,将其应用到软输出检测中,给出了一种用于信道译码器输入的比特 LLR 的近似计算方法。在检测性能和计算复杂度之间获得较好的折中。

2 系统模型

本文考虑的研究对象为大规模 MIMO 系统上

行链路,该系统由一个配备 N 根天线的基站和 K 个单天线用户组成 ($N \gg K$)。令 $\mathbf{s}_c = [s_1, s_2, \dots, s_K]^T$ 表示所有用户同时发送的 $K \times 1$ 维符号向量, 其中 $s_k \in \mathcal{O}$ 是来自第 k 个用户的发送符号, $\mathcal{O}$ 是调制符号集。令 $\mathbf{H}_c \in \mathbb{C}^{N \times K}$ 表示瑞利衰落信道矩阵, 则基站端接收到的 $N \times 1$ 维信号矢量可以记为:

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{H}_c \mathbf{s}_c + \mathbf{n}_c \quad (1)$$

其中, $\mathbf{n}_c$ 表示 $N \times 1$ 维均值为 0、协方差矩阵为 $\sigma^2 \mathbf{I}_N$ 的加性高斯白噪声向量。将复数模型式 (1) 转化为等价的实数模型可以得到:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{2K}$, $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{2N \times 2K}$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{2N}$ 以及 $\mathbf{n} \in \mathbb{R}^{2N}$, 即:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{H}_c) & -\Im(\mathbf{H}_c) \\ \Im(\mathbf{H}_c) & \Re(\mathbf{H}_c) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{y}_c) \\ \Im(\mathbf{y}_c) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{s}_c) \\ \Im(\mathbf{s}_c) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{n}_c) \\ \Im(\mathbf{n}_c) \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, $\Re(\cdot)$ 和 $\Im(\cdot)$ 分别代表实部和虚部。

2.1 MMSE 信号检测

信号检测的主要任务是在基站通过接收到的信号矢量 $\mathbf{y}$ 准确地判决出用户发送矢量 $\mathbf{s}$ 。通过 MMSE 算法检测到的发送信号矢量 $\hat{\mathbf{s}}$ 可以表示为:

$$\hat{\mathbf{s}} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I}_{2K})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} = \mathbf{W}^{-1} \hat{\mathbf{y}} \quad (4)$$

其中, $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}^H \mathbf{y}$, MMSE 检测器的滤波矩阵 $\mathbf{W}$ 可以表示为:

$$\mathbf{W} = \mathbf{G} + \sigma^2 \mathbf{I}_{2K} \quad (5)$$

其中, $\mathbf{G} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$ 为格拉姆矩阵。在大规模 MIMO 系统中, $\mathbf{W}^{-1}$ 的计算复杂度为 $O(K^3)$, 使得 MMSE 算法的实现复杂度很高。

2.2 对数似然比的计算

无线通信系统中通常采用各种信道编码技术来提高系统的误码性能, 这是由于通过信道编码可以提高系统的可靠性。传统的 MIMO 系统信号

检测一般采用硬判决的方法直接对用户发送信号向量的估计值即式 (4) 中的 $\hat{\mathbf{s}}$ 进行符号判决。为了向检测器后端输出软检测信息, 经过 MMSE 检测器估计出 $\hat{\mathbf{s}}$ 后, 用于信道译码的 LLR 软信息可以通过下面的方法计算得到。首先要将估计量 $\hat{\mathbf{s}}$ 和计算得到的 $\mathbf{W}^{-1}$ 分别恢复到等价的复数域得到 $\hat{\mathbf{s}}_c$ 和 $\mathbf{W}_c^{-1}$, 这里令 $\mathbf{U} = \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{G}_c = \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{H}_c^H \mathbf{H}_c$ 表示均衡后的信道矩阵, 由式 (2)、式 (4) 可以得到经过 MMSE 滤波矩阵处理之后的均衡信号为:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{s}}_c &= \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{G}_c \mathbf{s}_c + \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{H}_c^H \mathbf{n}_c \\ &= \mathbf{U} \mathbf{s}_c + \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{H}_c^H \mathbf{n}_c \end{aligned} \quad (6)$$

则第 i 个用户发送的符号估计值为 $\hat{s}_{c,i} = \mu_i s_{c,i} + e_i$, 其中 $\mu_i = [\mathbf{U}]_{ii} = U_{ii}$ 表示均衡后的有效信道增益, e_i 表示 $\hat{s}_{c,i}$ 中所包含的噪声及干扰项 NPI (noise plus interference term), 其方差 $v_i^2 = \sum_{j \neq i} |U_{ji}|^2 + E_{ii} \sigma^2$, 这里 U_{ji} 和 E_{ii} 分别表示矩阵 $\mathbf{U}$ 的第 (j, i) 个元素和矩阵 $\mathbf{E}$ 的第 i 个对角元素, 并且有 $\mathbf{E} = \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{H}_c^H (\mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{H}_c^H)^H = \mathbf{W}_c^{-1} \mathbf{G}_c \mathbf{W}_c^{-1}$ 。利用参考文献[11]给出的 max-log 近似表示方法, 对应于第 i 个用户所发送的第 b 个比特的对数似然比 $L_{i,b}$ 可以表示为:

$$L_{i,b} = Y_i \left(\min_{a \in \mathcal{O}_b^0} \left| \frac{\hat{s}_{c,i}}{\mu_i} - a \right|^2 - \min_{a' \in \mathcal{O}_b^1} \left| \frac{\hat{s}_{c,i}}{\mu_i} - a' \right|^2 \right) \quad (7)$$

其中, $Y_i = \mu_i^2 / v_i^2$ 表示第 i 个用户的 SINR (signal to interference plus noise ratio), $\mathcal{O}_b^0$ 和 $\mathcal{O}_b^1$ 分别表示第 b 位为 0 和 1 的调制符号集。

3 低复杂度信号检测

3.1 Neumann 级数展开

在大规模 MIMO 系统中, MMSE 信号检测算法涉及高维矩阵求逆 $\mathbf{W}^{-1}$, 其计算复杂度为 $O(K^3)$ 。为了降低 $\mathbf{W}^{-1}$ 的计算复杂度, Wu 等人^[11]提出利用 Neumann 级数展开来近似获得矩阵求逆结果。当 $\mathbf{W}$ 近似于可逆矩阵 $\mathbf{X}$ 且满足:



$$\lim_{n \rightarrow \infty} (I - WX)^n = 0 \quad (8)$$

则 Neumann 级数可以表示为:

$$W^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} (X^{-1}(X - W))^n X \quad (9)$$

分解矩阵 $W = D + E$, 其中 D 为 W 的对角矩阵, E 为 W 对应的空心矩阵。由于当基站端配备的天线数远大于单天线用户数 ($N \gg K$) 时, 矩阵 W 具有对角占优特性^[3], 即 $W \approx D$ 。用 D 代替式 (9) 中的 X 可得:

$$W^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} (-D^{-1}E)^n D^{-1} \quad (10)$$

当 $\lim_{n \rightarrow \infty} (-D^{-1}E)^n = 0$ 时, 式 (10) 级数展开收敛。若仅展开 Neumann 级数的前 i 项可以得到:

$$W_i^{-1} = \sum_{n=0}^{i-1} (-D^{-1}E)^n D^{-1} \quad (11)$$

当 i 的取值较小时, Neumann 级数展开能通过较低的复杂度对 W^{-1} 进行近似, 例如当 $i = 2$ 时, $W_2^{-1} = D^{-1} - D^{-1}ED^{-1}$, 其计算复杂度为 $O(K^2)$ 。

3.2 Gauss-Seidel 算法

在 Neumann 级数展开算法中, 当展开项数 $i \geq 3$ 时, 其计算复杂度仍为 $O(K^3)$, 等于甚至超过了 MMSE 滤波矩阵精确求逆计算的复杂度。不同于 Neumann 级数展开对 W 进行近似求逆, GS 算法^[17]可以实现在不对矩阵求逆的情况下求解形如 $Ax = b$ 的 N 维线性方程, 这里矩阵 A 为 $N \times N$ 维对称正定矩阵, x 为 $N \times 1$ 维解向量, b 为 $N \times 1$ 维测量向量。将矩阵 A 分解为一个对角元素矩阵 D_A 、一个严格下三角元素矩阵 L_A 和一个严格上三角元素矩阵 L_A^H , 则 GS 算法可以通过迭代的方法实现对 x 进行估计:

$$\hat{x}^{(i)} = (D_A + L_A)^{-1} (b - L_A^H \hat{x}^{(i-1)}) \quad (12)$$

其中, $i = 1, 2, \dots$ 表示 GS 算法的迭代次数。

在大规模 MIMO 系统中, 随着基站天线数大规模增加, 当其远大于单天线用户数 ($N \gg K$)

时, 上行链路信道矩阵 H 的各个列向量渐进正交^[18], $W = G + \sigma^2 I_{2K}$ 为对称正定矩阵, 类似地, 可将 W 分解为:

$$W = (D + L + L^H) \quad (13)$$

其中, D 、 L 和 L^H 分别为 W 的对角元素矩阵、严格下三角元素矩阵和严格上三角元素矩阵。利用 GS 算法可避免对高维矩阵求逆, 其直接估计发送的信号矢量 $\hat{s}$:

$$\hat{s}^{(i)} = (D + L)^{-1} (\hat{y} - L^H \hat{s}^{(i-1)}) \quad (14)$$

其中, $\hat{s}^{(0)}$ 表示初始解, 通常设置为零向量。

4 混合迭代算法

4.1 混合迭代算法结构

基于矩阵梯度搜索的 SD 算法在迭代的开始就能有很好的收敛方向^[16], 而 GS 迭代算法具有较低的复杂度, 因此利用以上特性, 本文提出一种联合 SD 与 GS 的混合迭代算法 (称为 SDGS 算法), 在不增加复杂度的情况下加快算法迭代效果的收敛速度, 并且实现接近 MMSE 理想矩阵求逆检测方法的差错性能。该算法步骤如下。

步骤 1 对角近似初始值设定, 式 (4) 可以转换为 $W\hat{s} = \hat{y}$, W 为对称正定矩阵, 且为对角占优矩阵, 那么 W^{-1} 也为对角占优矩阵。因此用 D^{-1} 代替 W^{-1} 可以得到初始解为:

$$s^{(0)} = D^{-1} \hat{y} \quad (15)$$

由于 D 为对角矩阵, 显然计算 D^{-1} 仅需很低的复杂度, 按照式 (15) 设置初始值 $s^{(0)}$ 为 SD 算法的初始值。

步骤 2 将前两次 GS 算法的迭代结果用 SD 算法表示, 第二次 GS 迭代结果可表示为:

$$\begin{aligned} s^{(2)} &= (D + L)^{-1} (\hat{y} - L^H s^{(1)}) \\ &= (D + L)^{-1} [(D + L - W)s^{(1)} + \hat{y}] \\ &= s^{(1)} + (D + L)^{-1} (\hat{y} - Ws^{(1)}) \\ &= s^{(1)} + (D + L)^{-1} r^{(1)} \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\mathbf{r}^{(1)} = \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{W}\mathbf{s}^{(1)}$, 并且假设 $\mathbf{s}^{(1)} = \mathbf{s}^{(0)} + \mathbf{u}\mathbf{r}^{(0)}$ 为 SD 算法的第一次迭代结果, 则:

$$\begin{aligned}\mathbf{r}^{(1)} &= \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{W}(\mathbf{s}^{(0)} + \mathbf{u}\mathbf{r}^{(0)}) \\ &= \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{W}\mathbf{s}^{(0)} - \mathbf{u}\mathbf{W}\mathbf{r}^{(0)} \\ &= \mathbf{r}^{(0)} - \mathbf{u}\mathbf{p}^{(0)}\end{aligned}\quad (17)$$

其中, $\mathbf{u} = \frac{(\mathbf{r}^{(0)})^H \mathbf{r}^{(0)}}{(\mathbf{p}^{(0)})^H \mathbf{r}^{(0)}}$, $\mathbf{p}^{(0)} = \mathbf{W}\mathbf{r}^{(0)}$ 。现将

式 (17) 和 $\mathbf{s}^{(1)} = \mathbf{s}^{(0)} + \mathbf{u}\mathbf{r}^{(0)}$ 代入式 (16), 可以合并一次 SD 迭代和一次 GS 迭代为一种混合迭代, 得到:

$$\mathbf{s}^{(2)} = \mathbf{s}^{(0)} + \mathbf{u}\mathbf{r}^{(0)} + (\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1}(\mathbf{r}^{(0)} - \mathbf{u}\mathbf{p}^{(0)}) \quad (18)$$

这样将 GS 迭代的前两次迭代表示为式 (18), 更新为混合迭代值 $\hat{\mathbf{s}}^{(1)} = \mathbf{s}^{(2)}$, 然后执行接下来的 GS 迭代。

步骤 3 利用式 (14) 进行 $(i-1)$ 次 GS 迭代, 可以通过设定合适的迭代次数 i 来获得较理想的发送信号向量 $\mathbf{s}$ 的估计值 $\hat{\mathbf{s}}^{(i)}$:

$$\hat{\mathbf{s}}^{(i)} = (\mathbf{D} + \mathbf{L})^{-1}(\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{L}^H \hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}) \quad (19)$$

然后将 $\hat{\mathbf{s}}^{(i)}$ 恢复到复数域进行接下来的软判决, 这样, 以上经过很小的 i 次迭代, 混合迭代算法即可以很快地收敛。

4.2 近似对数似然比 (LLR) 计算

参考文献[13-16]中介绍的低复杂度的 MMSE 信号检测算法都是在不对 $\mathbf{W}^{-1}$ 进行计算的情况下直接估计出发送信号向量 $\hat{\mathbf{s}}$ 。在第 1 节中介绍了用于信道译码器输入的对数似然比 LLR 精确的计算方法 (即使用了精确的 $\mathbf{W}^{-1}$ 矩阵求逆信息), 通过式 (7) 不难发现, 计算第 i 个用户发送的第 b 个比特的对数似然比 $L_{i,b}$ 时, 需要再次用到 MMSE 检测器滤波矩阵 $\mathbf{W}$ 的逆 $\mathbf{W}^{-1}$ 来计算第 i 个用户的 SINR。可考虑利用 $\mathbf{W}$ 近似对角的特性用 $\mathbf{D}^{-1}$ 来替代 $\mathbf{W}^{-1}$, 即有 $\tilde{\mathbf{W}}^{-1} \approx \mathbf{D}^{-1}$, 然后将其转换到复数域得到 $\tilde{\mathbf{W}}_c^{-1}$, 得到近似信道增益和 NPI 方差分别表示为:

$$\tilde{\mu}_i = \tilde{U}_{ii} \quad (21)$$

$$\tilde{v}_i^2 = \sum_{j \neq i}^K |\tilde{U}_{ji}|^2 + \tilde{E}_{ii} \sigma^2 \quad (22)$$

其中, $\tilde{\mathbf{U}} \approx \tilde{\mathbf{W}}_c^{-1} \mathbf{G}_c = \mathbf{D}_c^{-1} \mathbf{G}_c$, $\tilde{\mathbf{E}} \approx \tilde{\mathbf{W}}_c^{-1} \mathbf{G}_c \tilde{\mathbf{W}}_c^{-1} = \tilde{\mathbf{U}} \tilde{\mathbf{W}}_c^{-1} = \tilde{\mathbf{U}} \mathbf{D}_c^{-1}$, 从而可以计算出 $\gamma_i = \tilde{\mu}_i^2 / \tilde{v}_i^2$ 。

4.3 复杂度分析

根据算法中所需的实数相乘次数对本文提出的 SDGS 检测算法的计算复杂度进行分析。由于所有的线性 MMSE 检测算法和本文提出的算法都必须计算滤波矩阵 $\mathbf{W} = \mathbf{G} + \sigma^2 \mathbf{I}_{2K}$ 和匹配滤波信号 $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{H}^H \mathbf{y}$, 所以接下来仅对其他部分进行复杂度分析, 主要由以下 3 部分组成。

(1) 初始值和第一次迭代计算

式 (15) 需要 $2K$ 次乘法, 第一次迭代主要是计算 $\mathbf{r}^{(0)} = \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{W}\mathbf{s}^{(0)}$, $\mathbf{p}^{(0)} = \mathbf{W}\mathbf{r}^{(0)}$ 和标量 $\mathbf{u}$, 显然, 分别需要 $4K^2$ 、 $4K^2$ 及 $4K$ 次乘法。结合式 (18) 第一次混合迭代, 共需要 $(8K^2 + 10K)$ 次乘法。

(2) GS 迭代部分

式 (19) 可表示为 $(\mathbf{D} + \mathbf{L})\hat{\mathbf{s}}^{(i)} = \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{L}^H \hat{\mathbf{s}}^{(i-1)} = \mathbf{c}$, 经过 i 次迭代后 $\hat{\mathbf{s}}^{(i)}$ 的计算主要来自以下两部分: 首先, $\mathbf{c}$ 为 $2K \times 2K$ 的严格下三角元素矩阵 $2K \times 2K$ 和 $2K \times 1$ 的向量 $\hat{\mathbf{s}}^{(i-1)}$ 相乘所得, 计算 $\mathbf{c}$ 需要 $(2K^2 - K)$ 次乘法; 其次, 式 (19) 中 $\hat{\mathbf{s}}^{(i)}$ 的第 m 个元素 $\hat{s}_m^{(i)}$ 可以表示为:

$$\hat{s}_m^{(i)} = \begin{cases} c_1 / L_{11}, & m = 1 \\ \frac{c_m - \sum_{k=1}^{m-1} s_k^{(i)} L_{mk}}{L_{mm}}, & m = 2, \dots, 2K \end{cases} \quad (23)$$

其中, c_m 表示 $\mathbf{c}$ 的第 m 个元素, L_{mk} 表示下三角矩阵 $(\mathbf{D} + \mathbf{L})$ 的第 m 行第 k 列元素。当 $m = 1$ 时, 显然计算 $\hat{s}_1^{(i)}$ 需要 $2K$ 次乘法, 而计算所有的 $\hat{s}_m^{(i)} (m = 2, \dots, 2K)$ 共需要 $(2K^2 - K)$ 次乘法, 所以每次迭代总共需要 $4K^2$ 次乘法。

(3) LLR 的计算

该部分的计算复杂度主要来自均衡后的有效信道增益和 NPI 方差的计算, 由式 (21) 和式 (22) 可知, 需要计算矩阵 $\tilde{\mathbf{U}}$ 的全部元素和矩阵 $\tilde{\mathbf{E}}$ 的对



角元素。显然前者需要 $4K^2$ 次乘法, 而后者仅需要 $2K$ 次乘法。所以, 该部分的计算操作总共需要 $(4K^2 + 2K)$ 次乘法。

综上所述, 该联合算法应用到软判决中进行迭代所需总复杂度为 $4K^2(i+2)+14K$, 与传统的 MMSE 算法相比, 将计算复杂度降低了一个数量级, 对于任意迭代次数其复杂度保持在 $O(K^2)$ 。此外, 考虑硬判决检测的应用场景, 表 1 还给出了 4 种检测算法的计算复杂度对比情况。

表 1 4 种检测算法硬判决计算复杂度对比

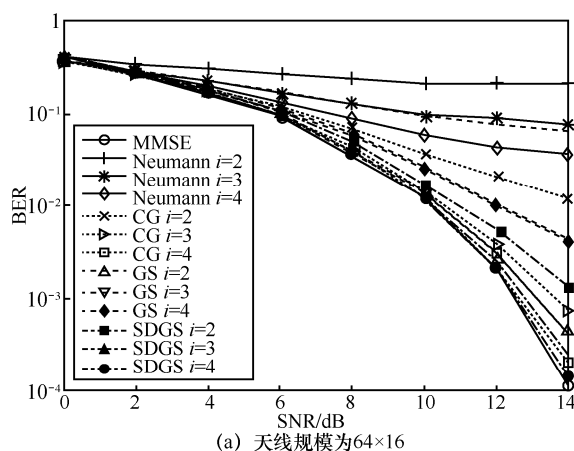
算法	实数乘法次数	性能
NS ^[11]	$(8K^3 - 8K^2 + 2K)(i-2) + (4K^2 - 4K)(i > 1)$	一般
CG ^[15]	$4K^2(i+1) + 10Ki$	较好
GS ^[17]	$4K^2i + 2K$	好
SDGS	$4K^2(i+1) + 12K$	次优

5 仿真结果

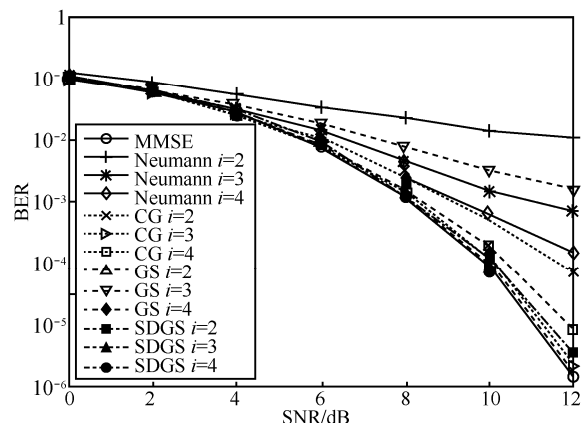
为了验证本文所提出的 SDGS 算法的软、硬检测性能, 本节给出了基于 MATLAB 软件的蒙特卡洛仿真结果。仿真配置为: 天线规模为 128×16 和 64×16 两种配置, 传输信道为非相关瑞利衰落信道, 基带信号调制方式采用 16QAM。i 表示迭代次数及 Neumann 级数展开的项数。

图 1 对比了给出了不同 MIMO 天线配置下基于 Neumann 级数展开、基于共轭梯度检测算法、基于 GS 迭代检测算法、MMSE 精确求逆检测算法和 SDGS 联合算法的误比特率 (bit error rate, BER), 判决方式为硬判决, 即对估计出的信号向量 $\hat{s}$ 直接进行判决。仿真结果表明, 随着迭代次数或 Neumann 级数展开的项数的增加, 各种算法的检测性能在不断提高。由图 1 可以看出, 以精确求逆的 MMSE 算法 BER 曲线为基准, 当设置较小的迭代次数时, SDGS 算法的性能就快速逼近理想 MMSE 检测算法的性能, 并且远优于 Neumann 级数展开检测算法性能。例如, 当迭代

次数 $i=2$ 时, SDGS 算法的 BER 性能就远优于 Neumann 级数展开的项数为 2 时的 BER 性能。另外, 通过对比图 1 (a) 和图 1 (b) 性能可以看出, 随着基站天线数与用户数的比值 (N/K) 的增加, 各种算法的 BER 性能都有很大的提升, 例如, BER 要想达到 10^{-3} , MMSE 算法和本文提出的算法在天线配置为 64×16 时需要的信噪比为 13 dB 左右, 而在天线配置为 128×16 时仅需要 8 dB。



(a) 天线规模为 64×16



(b) 天线规模为 128×16

图 1 硬判决 BER 性能对比

图 2 给出了两种 MIMO 天线配置下的软判决仿真结果, 对比了基于 Neumann 级数展开、基于共轭梯度检测算法、基于 GS 迭代检测算法、MMSE 精确求逆检测算法和 SDGS 联合算法的 BER 性能。设置系统的卷积编码码率为 1/2, LLR 的计算采用本文介绍的近似计算方法。仿真结果表明, 无论采取何种 MMSE 接收机, 软判决的检

测性能都要远优于硬判决。比如 BER 达到 10^{-4} 时, 在天线配置为时, MMSE 算法和本文提出的算法在硬判决下需要的信噪比为 10 dB, 而在软判决中仅需 5 dB。另外, 相同的迭代次数下, 本文提出的 SDGS 算法 BER 性能比其他 3 种简化算法都要好, 并且经过简单的几次迭代, 检测性能能够快速逼近于理想 MMSE 滤波矩阵求逆的检测性能。

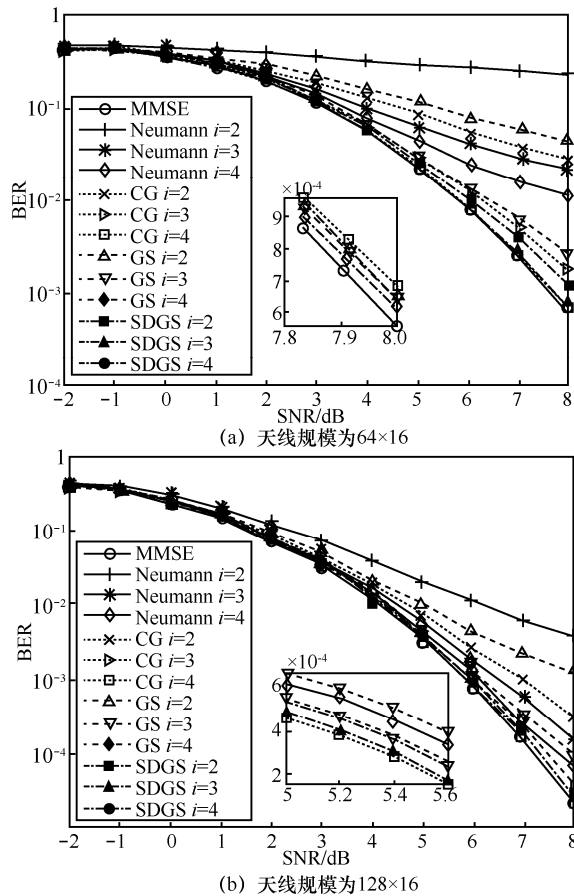


图2 软判决 BER 性能对比

6 结束语

大规模 MIMO 系统中基于 MMSE 滤波处理的信号检测方法广泛应用, 但是复杂度较高的矩阵求逆使其在实际应用中比较难以实现。一些近似求逆的方法, 如 Neumann 级数展开虽然复杂度有所降低, 但是造成了很大程度的检测性能损失; 另一些避免了复杂的矩阵求逆, 直接对信号向量进行估计的算法, 虽然将计算复杂度降低了一个

量级, 但是其检测性能还有待提高。本文基于 MMSE 准则提出了一种低复杂度的、基于混合迭代的 SDGS 联合检测算法, 对用户发送符号向量直接进行估计, 只需简单的几次迭代便可以快速收敛得到比较理想的估计值, 从而避免了矩阵求逆运算, 算法复杂度保持在 $O(K^2)$ 。另外, 为了充分利用软信息, 将其运用于软判决中, 并给出了一种用于信道译码的 LLR 的近似计算方法, 进一步提高了信号检测性能。理论推导和仿真结果表明, SDGS 算法可以作为大规模 MIMO 系统信号检测的有效解决方案之一。

参考文献:

- [1] GHOSH A, RATASUK R, MONDAL B, et al. LTE-advanced: next-generation wireless broadband technology[J]. IEEE Wireless Communications, 2010, 17(3): 10-22.
- [2] QIAN M, WANG Y, ZHOU Y, et al. A super base station based centralized network architecture for 5G mobile communication systems[J]. Digital Communications & Networks, 2015, 1(2): 152-159.
- [3] RUSEK F, PERSSON D, LAU B K, et al. Scaling up MIMO: opportunities and challenges with very large arrays[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2012, 30(1): 40-60.
- [4] LARSSON E, EDFORS O, TUFVESSON F, et al. Massive MIMO for next generation wireless systems[J]. IEEE Communications Magazine, 2014, 52(2): 186-195.
- [5] MARZETTA T L. Noncooperative cellular wireless with unlimited numbers of base station antennas[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(11): 3590-3600.
- [6] 阳析, 金石. 大规模 MIMO 系统传输关键技术研究进展[J]. 电信科学, 2015, 31(5): 28-35.
- [7] YANG X, JIN S. Overview of key technologies of transmission in massive MIMO system[J]. Telecommunications Science, 2015, 31(5): 28-35.
- [8] NGO H Q, LARSSON E G, MARZETTA T L. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2011, 61(4): 1436-1449.
- [9] DAI L, WANG Z, YANG Z. Spectrally efficient time-frequency training ofdm for mobile large-scale MIMO systems[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2013, 31(2): 251-263.
- [10] 王倩, 华权, 周应超, 等. 基于联合用户分组及天线选择的大规模 MIMO 波束成形[J]. 电信科学, 2016, 32(8): 61-68.
- [11] WANG Q, HUA Q, ZHOU Y C, et al. Joint user grouping and antenna selection based massive MIMO beamforming[J]. Tele-



- communications Science, 2016, 32(8): 61-68.
- [10] 倪善金, 赵军辉. 5G 无线通信网络物理层关键技术[J]. 电信科学, 2015, 31(12): 48-53.
- NI S J, ZHAO J H. Key technologies in physical layer of 5G wireless communications network[J]. Telecommunications Science, 2015, 31(12): 48-53.
- [11] WU M, YIN B, WANG G, et al. Large-scale MIMO detection for 3GPP LTE: algorithms and FPGA implementations[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8(5): 916-929.
- [12] TANG C, LIU C, YUAN L, et al. High precision low complexity matrix inversion based on newton iteration for data detection in the massive MIMO[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(3): 490-493.
- [13] GAO X, DAI L, YUEN C, et al. Low-complexity MMSE signal detection based on Richardson method for large-scale MIMO systems[C]/Vehicular Technology Conference, September 14-17, 2014, Vancouver, BC, Canada. New Jersey: IEEE Press, 2014: 1-5.
- [14] GAO X, DAI L, HU Y, et al. Matrix inversion-less signal detection using SOR method for uplink large-scale MIMO systems[C]/IEEE Global Communications Conference, October 22-24, 2015, Qingdao, China. New Jersey: IEEE Press, 2015: 3291-3295.
- [15] HU Y, WANG Z, GAO L X, et al. Low-complexity signal detection using CG method for uplink large-scale MIMO systems[C]/IEEE International Conference on Communication Systems, November 19-21, 2014, Macau, China. New Jersey: IEEE Press, 2015: 477-481.
- [16] HAGEMAN L A. Iterative solution of large linear systems[M]. Manhattan: Academic Press, 1971: 9-22.
- [17] DAI L, GAO X, SU X, et al. Low-complexity soft-output signal detection based on Gauss-Seidel method for uplink multiuser

large-scale MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2014, 64(10): 4839-4845.

- [18] WU M, YIN B, VOSOUGHI A, et al. Approximate matrix inversion for high-throughput data detection in the large-scale MIMO uplink[C]/International Symposium on Circuits & Systems, May 19-23, 2013, Beijing, China. New Jersey: IEEE Press, 2013: 2155-2158.

[作者简介]



赵书锋 (1991-), 男, 重庆邮电大学移动通信重点实验室硕士生, 主要研究方向为 LTE-Hi 系统、大规模 MIMO 系统等。



申滨 (1978-), 男, 博士, 重庆邮电大学移动通信重点实验室教授, 主要研究方向为 LTE、5G 系统和认知无线电等。



杨芙蓉 (1978-), 女, 四川省通信科研规划设计有限责任公司高级工程师, 主要研究方向为移动通信系统信号处理等。